

APLIKASI TAPIS KALMAN PADA PENGUBAHAN DATA IMU MENJADI DATA NAVIGASI

Wahyu Widada¹ dan Wahyudi²

¹Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN)

Jln. Raya Lapan, Rumpin, Bogor

Email : w_widada@yahoo.com

²Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Diponegoro

Jln. Prof. Soedarto, SH Tembalang Semarang

Email : wahyuditinom@yahoo.com

ABSTRAK

IMU (Inertial Measurement Unit) merupakan bagian utama pada suatu sistem navigasi. Bagian utama dari IMU biasanya terdiri dari sensor percepatan, yaitu *accelerometer* dan sensor kecepatan sudut, yaitu *gyroscope*, sehingga menjadi sensor untuk 6 derajat kebebasan). Sebelum keluaran sensor tersebut diproses secara digital, biasanya keluaran sensor diberi tapis analog terlebih dahulu. Meskipun telah ditapis secara analog, keluaran tapis masih tetap mengandung derau, sehingga diperlukan tapis digital. Tapis Kalman merupakan salah satu tapis digital, selain berfungsi sebagai tapis dalam aplikasinya untuk sensor *accelerometer* dan sensor *gyroscope*, tapis Kalman juga berfungsi sebagai proses integral. Selain sebagai tapis terhadap derau pada sensor *accelerometer*, tapis Kalman juga mengintegrasikan dua kali, sehingga keluaran dari tapis Kalman berupa data jarak (posisi). Pada sensor *gyroscope*, tapis Kalman juga mengintegrasikan sekali, sehingga keluaran dari tapis Kalman berupa data sudut.

Pada makalah ini dibahas aplikasi dan kinerja tapis Kalman dalam mengubah isyarat keluaran sensor *accelerometer* dan sensor *gyroscope* menjadi data navigasi berupa jarak dan sudut. Hasil simulasi dibahas dengan memberikan waktu cuplik terhadap sensor yang berbeda-beda, dan dibahas nilai root mean square (RMS) dari galat pada keluaran tapis jika dibandingkan dengan pada saat sistem diberi masukan isyarat murni (tanpa derau). Hasil yang diperoleh adalah bahwa semakin kecil nilai waktu cuplik, maka nilai RMS galatnya juga semakin kecil, sehingga dalam aplikasinya diperlukan waktu cuplik sekecil mungkin. Selain itu, pada waktu cuplik yang cukup kecil, nilai RMS galat untuk posisi dan sudut, pada ketiga sumbu (*x*, *y*, dan *z*) adalah sama.

Kata kunci: Kalman, IMU, *accelerometer*, *gyroscope*, RMS

1. PENDAHULUAN

Pada saat ini hampir semua sistem transportasi dilengkapi dengan sistem navigasi. Salah satu komponen utama sistem navigasi adalah IMU. IMU biasanya mengandung dua komponen utama yaitu sensor percepatan berupa *accelerometer* dan sensor kecepatan sudut berupa *gyroscope*. Sebelum keluaran sensor tersebut diproses secara digital, biasanya keluaran sensor diberi tapis analog terlebih dahulu. Meskipun telah ditapis secara analog, keluaran tapis masih tetap mengandung derau, sehingga diperlukan tapis digital. Tapis Kalman merupakan salah satu tapis digital yang mulai dikenal banyak orang sekitar tahun 1960 [2], ketika R.E. Kalman mempublikasikan makalahnya yang merupakan solusi *recursive* tentang masalah tapis pada proses yang linear. Suatu proses yang menggunakan tapis Kalman untuk menapis derau harus dapat disajikan dalam dua persamaan, yaitu persamaan *state (process)* dan persamaan keluaran. Masing-masing persamaan mempunyai derau dan kedua derau saling bebas, sehingga tidak ada korelasi silang antara kedua derau.

Selain berfungsi sebagai tapis digital, pada aplikasi tapis Kalman untuk sensor *accelerometer* dan sensor *gyroscope*, juga berfungsi sebagai proses integral. Selain sebagai tapis terhadap derau pada isyarat keluaran sensor *accelerometer*, tapis Kalman juga mengintegrasikan dua kali, sehingga keluaran dari tapis Kalman berupa data jarak (posisi). Pada sensor *gyroscope*, tapis Kalman juga mengintegrasikan sekali, sehingga keluaran dari tapis Kalman berupa data sudut.

2. DASAR TEORI

2.1 Persamaan Gerak Roket

Persamaan gerak roket dan persamaan turunannya mengikuti hukum Newton's. Gerak roket mempunyai 6 derajat kebebasan (*six degrees of freedom*) yang terdiri dari tiga gerak translasi dan tiga gerak rotasi. Kecepatan gerak translasi pada sumbu x, y, dan z dinyatakan dengan u, v, dan w, sedangkan kecepatan gerak rotasinya dinyatakan dengan p, q, dan r. Persamaan matematis untuk gerak translasi dan rotasi dinyatakan sebagai berikut [5].

$$\sum F = ma \quad (1)$$

$$\sum \tau = \frac{d}{dt}(r \times mV) \quad (2)$$

Hukum kedua Newton's menyatakan bahwa gaya yang bekerja pada suatu benda adalah sebanding dengan masa benda tersebut (m) dan percepatannya (a).

$$F = ma = m \left(\frac{dV}{dt} \right) \quad (3)$$

Besar gaya yang ada pada roket adalah :

$$F = F_x i + F_y j + F_z k \quad (4)$$

Suatu vektor (misalkan V), dapat ditransformasikan dari koordinat tetap (seperti kerangka navigasi) ke sistem koordinat rotasi dengan persamaan (7).

$$\left(\frac{dV}{dt} \right)_{tetap(X',Y',Z')} = \left[\frac{dV}{dt} \right]_{rotasi(X,Y,Z)} + \omega \times V \quad (5)$$

$$\left(\frac{dV}{dt} \right)_{tetap(X',Y',Z')} = \left(\frac{du}{dt} \right) i + \left(\frac{dv}{dt} \right) j + \left(\frac{dw}{dt} \right) k + (wq - vr)i + (ur - wp)j + (vp - uq)k \quad (6)$$

Jika kedua ruas pada persamaan (10) dikalikan dengan masa (m), maka persamaan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\sum \Delta F = \sum \Delta F_x i + \sum \Delta F_y j + \sum \Delta F_z k \quad (7)$$

Dimana :

$$\sum \Delta F_x = m(\dot{u} + wq - vr) \quad (8)$$

$$\sum \Delta F_y = m(\dot{v} + ur - wp) \quad (9)$$

$$\sum \Delta F_z = m(\dot{w} + vp - uq) \quad (10)$$

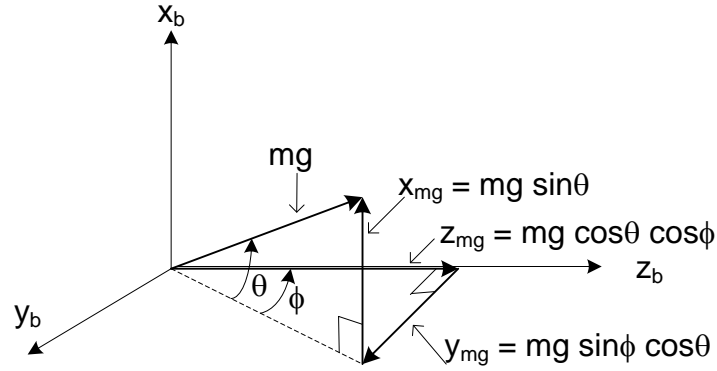
Sehingga :

$$\frac{du}{dt} = vr - wq + \frac{\sum F_x}{m} \quad (11)$$

$$\frac{dv}{dt} = wp - ur + \frac{\sum F_y}{m} \quad (12)$$

$$\frac{dw}{dt} = uq - vp + \frac{\sum F_z}{m} \quad (13)$$

Pada Gambar 1 diperlihatkan komponen berat roket pada tiga dimensi [5].



Gambar 1: Komponen berat dari suatu roket

Dari persamaan (11) sampai (13) serta Gambar 1, maka diperoleh persamaan diferensial dari kecepatan linear roket [4].

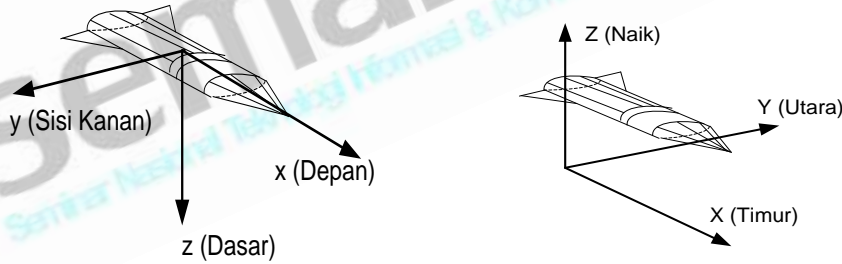
$$\dot{u} = vr - wq + a_x + g \sin \theta \quad (14)$$

$$\dot{v} = wp - ur + a_y - g \cos \theta \sin \phi \quad (15)$$

$$\dot{w} = uq - vp + a_z - g \cos \theta \cos \phi \quad (16)$$

2.2 Transformasi gerak roket

Transformasi *direction cosine* merupakan transformasi sebuah vektor satuan pada kerangka navigasi ke dalam kerangka roket. Pada Gambar 2 diperlihatkan koordinat referensi. Gambar 2.a merupakan koordinat referensi roket. Sumbu x adalah sumbu yang membujur dan merupakan arah depan bagi roket, sumbu y merupakan sumbu ke arah sebelah kanannya, dan sumbu z merupakan bagian dasar roket. Gerak rotasi pada sumbu x disebut *roll* (ϕ), rotasi pada sumbu y disebut *pitch* (θ), dan rotasi pada sumbu z disebut *yaw* (*azimuth*) (ψ). Rotasi *roll* dikatakan positif jika sumbu y bergerak ke bawah, rotasi *pitch* dikatakan positif jika sumbu x bergerak ke atas, dan rotasi *yaw* dikatakan positif jika dilihat dari atas rotasi searah putaran jarum jam. Gambar 2.b merupakan koordinat referensi untuk kerangka navigasi.



a. Koordinat referensi roket.

b. Koordinat referensi kerangka navigasi.

Gambar 2: Koordinat referensi

Urutan rotasi matriks yang digunakan oleh Litton adalah rotasi terhadap sumbu z, rotasi terhadap sumbu y, dan kemudian rotasi terhadap sumbu x. Matriks R^{BN} mentransformasikan vektor satuan dari kerangka navigasi ke dalam vektor satuan pada kerangka roket.

$$R^{BN}(\eta(t)) = R_x(\phi(t))R_y(\theta(t))R_z(\psi(t))$$

$$R^{BN}(\eta(t)) = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

Hubungan antara sudut Euler (ϕ , θ dan ψ) dengan kecepatan sudut keluar sensor gyroscope (p , q dan r) dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan R^{BN} [3].

$$\begin{bmatrix} p(t) \\ q(t) \\ r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta(t) \\ 0 & \cos \phi(t) & \cos \theta(t) \sin \phi(t) \\ 0 & -\sin \phi(t) & \cos \theta(t) \cos \phi(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

Persamaan (18) mentransformasikan kecepatan sudut Euler ke dalam kecepatan sudut dalam kerangka roket, sehingga dengan mencari invers suku pertama ruas kanan pada persamaan (19) diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi(t) \tan \theta(t) & \cos \phi(t) \tan \theta(t) \\ 0 & \cos \phi(t) & -\sin \phi(t) \\ 0 & \sin \phi(t) / \cos \theta(t) & \cos \phi(t) / \cos \theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(t) \\ q(t) \\ r(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

2.3 Tapis Kalman

Tapis Kalman digunakan untuk menyelesaikan permasalahan estimasi *state* pada suatu proses yang dapat dinyatakan dalam persamaan diferensial linear seperti pada persamaan berikut [8].

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k \quad (20)$$

Noise pada proses diasumsikan sebagai proses random berdistribusi normal seperti pada persamaan berikut.

$$E(w) = 0 \text{ dan } E(w_i w_k^T) = Q_k \text{ untuk } i = k. \quad (21)$$

Nilai matrik Q_k dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut [1].

$$Q_k = S_w = E(w_k w_k^T) \quad (22)$$

Dari persamaan (20) terlihat bahwa *state* x belum bisa diobservasi, sehingga untuk melakukan observasi diperlukan model pengukuran yang memetakan *state* ke keluaran y yang dapat diobservasi seperti pada persamaan berikut.

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (23)$$

Noise pada pengukuran diasumsikan sebagai proses *random* berdistribusi normal.

$$E(v) = 0 \text{ dan } E(v_i v_k^T) = R_k \text{ untuk } i = k. \quad (24)$$

Diasumsikan pula bahwa proses *random* w dan v adalah saling bebas, sehingga nilai *crosscorrelation* adalah nol.

$$E(w_i v_k^T) = 0 \text{ untuk semua } i \text{ dan } k. \quad (25)$$

Nilai estimasi *state* \hat{x}_k pada tapis Kalman ditentukan dari estimasi *posteriori* \hat{x}_k serta selesih antara pengukuran sebenarnya y_k dan estimasi pengukuran $H\hat{x}_k^-$ seperti pada persamaan berikut.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (H_k x_k + v_k - H\hat{x}_k^-) \quad (26)$$

Pada tapis Kalman dipilih nilai K_k sehingga estimasi *posteriori* adalah optimal atau mempunyai *galat* yang minimum. Nilai P_k minimum diperoleh jika nilai K_k dapat menyediakan estimasi yang mempunyai *covariance* minimum.

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (27)$$

Nilai P_k^- minimum adalah sebagai berikut

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (28)$$

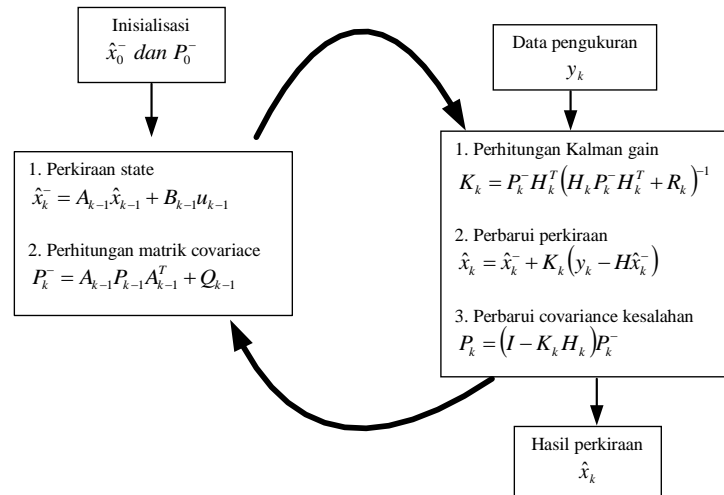
Karena tidak ada nilai korelasinya dengan *noise* yang lain $w_{l \neq k}$, maka nilai estimasi *priori* diberikan dengan menghilangkan *noise* w_k ,

$$\hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B_k u_k \quad (29)$$

Nilai *covariance* dari galat

$$P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + Q_k \quad (30)$$

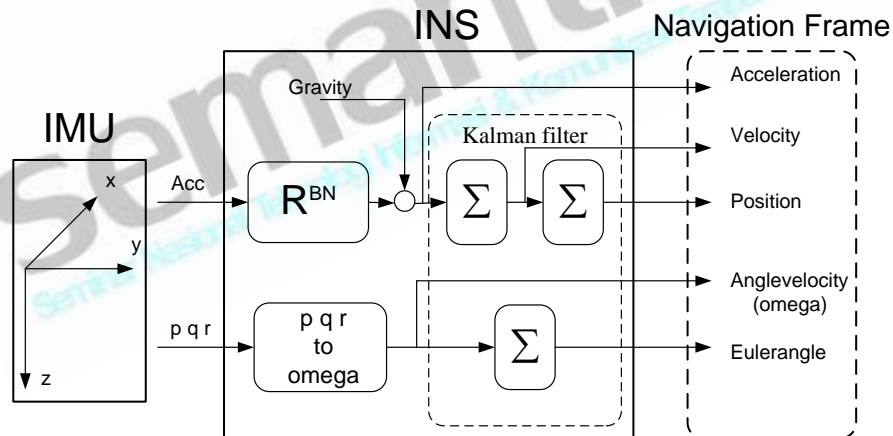
Proses perhitungan pada filter Kalman dapat dilihat pada Gambar 3 [7].



Gambar 3: Proses perhitungan pada filter Kalman

3. PERANCANGAN

Perancangan program simulasi berdasarkan proses pengolahan data IMU menjadi data pada kerangka navigasi seperti pada Gambar 4 [4]. Keluaran sensor accelerometer berupa isyarat percepatan (a_x , a_y , dan a_z) pada kerangka roket ditransformasikan ke dalam kerangka navigasi dengan menggunakan persamaan (17). Percepatan dalam kerangka navigasi diperoleh dengan menggunakan persamaan (14), (15), dan (16) dengan percepatan yang telah diperoleh dari persamaan (17). Percepatan dalam kerangka navigasi inilah yang selanjutnya menjadi masukan pada tapis Kalman. Keluaran sensor gyroscope berupa isyarat kecepatan sudut (p , q , dan r) pada kerangka roket ditransformasikan kedalam kerangka navigasi dengan menggunakan persamaan (19). Kecepatan sudut dalam kerangka navigasi ini selanjutnya menjadi masukan pada tapis Kalman, sedang sudut yang dihasilkan pada proses ini digunakan untuk memperbaharui matriks transformasi pada persamaan (17).



Gambar 4: Pengolahan data IMU menjadi data pada kerangka navigasi

Penurunan persamaan untuk kecepatan dan jarak dari suatu percepatan adalah sebagai berikut [7].

$$v_{k+1} = v_k + T u_k$$

$$s_{k+1} = s_k + T v_k + T^2 u_k$$

Nilai u_k merupakan masukan sistem yang berupa percepatan. Dengan s_{kx} adalah posisi (jarak) pada sumbu x , v_{kx} adalah kecepatan linear pada sumbu x dan u_{kx} adalah percepatan pada sumbu x . Persamaan state untuk proses dan persamaan keluarannya adalah sebagai berikut.

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} u_k + w_k$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k$$

Penurunan persamaan untuk sudut dari suatu kecepatan sudut adalah sebagai berikut [5].

$$\theta_{k+1} = \theta_k + T u_k$$

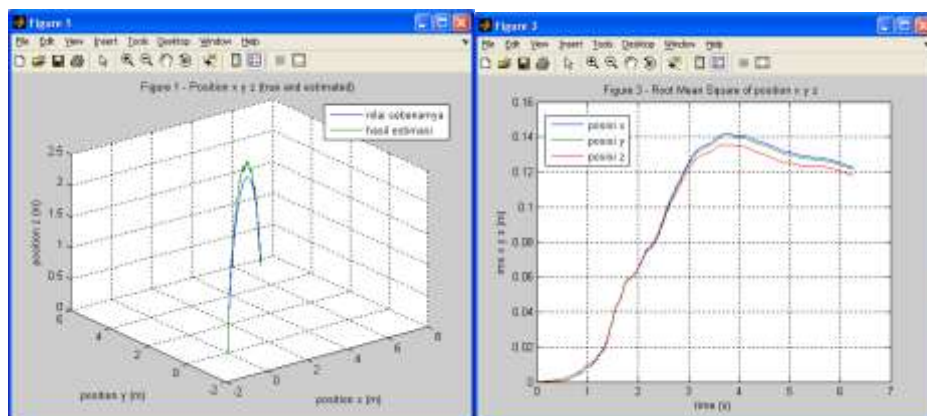
Nilai u_k merupakan masukan sistem yang berupa kecepatan sudut. Dengan θ_{kx} adalah sudut pada sumbu x dan u_{kx} adalah kecepatan sudut pada sumbu x. Persamaan state untuk proses dan persamaan keluarannya adalah sebagai berikut.

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} T & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} u_k + w_k$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + v_k$$

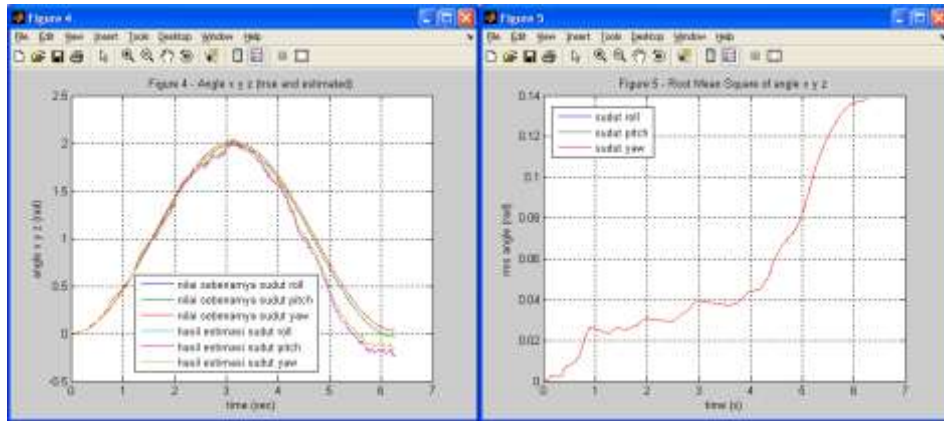
4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengujian dilakukan dengan memberikan variasi masukan kecepatan sudut (keluaran sensor gyroscope) dan masukan percepatan (keluaran sensor accelerometer), serta variasi pada waktu cuplik (*sampling*) yaitu 0,1, 0,01 dan 0,001. Karena setiap kali pengujian hasilnya berbeda (masukan derau dibangkitkan secara acak), maka masing-masing pengujian dilakukan sebanyak 10 kali. Pembahasan dilakukan terhadap nilai *root mean square* (RMS) yang terjadi dari isyarat hasil estimasi keluaran tapis Kalman dan nilai sebenarnya. Pada Gambar 5 diperlihatkan hasil simulasi untuk $T = 0,01$. Pada Gambar 5.a terlihat bahwa hasil estimasi posisi lebih tinggi jika dibandingkan dengan nilai sebenarnya, posisi pada sumbu x, dan y mempunyai RMS galat yang hampir sama yaitu kurang dari 0,14 dan posisi pada sumbu z mempunyai RMS galat yang lebih kecil, seperti pada Gambar 5.b. Pada Gambar 5.c terlihat bahwa semua hasil estimasi sudut berada disekitar nilai sebenarnya, masing-masing sudut pada sumbu x, y, dan z mempunyai RMS galat yang sama yaitu kurang dari 0,14, seperti pada Gambar 11.d.



a. Posisi sebenarnya dan hasil estimasi

b. Nilai RMS untuk posisi.



c. Sudut sebenarnya dan hasil estimasi

d. Nilai RMS untuk sudut.

Gambar 5: Simulasi dengan masukan $a_x = a_y = \sin(t)$, $a_y = \cos(t)$, dan $p = q = r = \sin(t)$

Hasil pengujian untuk $T=0,1$, $T=0,01$, dan $T=0,001$ diperlihatkan pada Tabel 1 sampai dengan Tabel 3.

Tabel 1: Hasil pada waktu cuplik $T=0,1$

No	RMS posisi pada sumbu			RMS sudut pada sumbu		
	x	y	z	x	y	z
1	0.901	0.835	0.810	0.238	0.238	0.238
2	1.822	1.907	1.907	0.218	0.218	0.218
3	1.340	1.415	1.439	0.350	0.350	0.350
4	1.007	1.007	1.007	0.589	0.589	0.589
5	1.074	0.961	0.961	0.286	0.286	0.286
6	1.363	1.437	1.437	0.625	0.625	0.625
7	0.418	0.470	0.470	0.289	0.289	0.289
8	0.680	0.631	0.608	0.486	0.486	0.486
9	1.878	1.966	1.966	0.336	0.336	0.336
10	0.607	0.505	0.504	0.467	0.467	0.467
Rata-rata	1.109	1.1134	1.1109	0.3884	0.3884	0.3884

Tabel 2: Hasil pada waktu cuplik $T=0,01$

No	RMS posisi pada sumbu			RMS sudut pada sumbu		
	x	y	z	x	y	z
1	0.074	0.074	0.079	0.052	0.052	0.052
2	0.127	0.127	0.122	0.139	0.139	0.139
3	0.197	0.197	0.192	0.067	0.067	0.067
4	0.138	0.138	0.132	0.066	0.066	0.066
5	0.331	0.331	0.331	0.095	0.095	0.095
6	0.603	0.603	0.603	0.116	0.116	0.116
7	0.242	0.242	0.242	0.058	0.058	0.058
8	0.196	0.196	1.192	0.137	0.137	0.137
9	0.084	0.084	0.080	0.191	0.191	0.191
10	0.061	0.061	0.062	0.057	0.057	0.057
Rata-rata	0.2053	0.2053	0.3035	0.0978	0.0978	0.0978

Tabel 3: Hasil pada waktu cuplik $T=0,001$

No	RMS posisi pada sumbu			RMS sudut pada sumbu		
	x	y	z	x	y	z
1	0.066	0.066	0.066	0.024	0.024	0.024
2	0.068	0.068	0.068	0.031	0.031	0.031
3	0.049	0.049	0.049	0.035	0.035	0.035
4	0.010	0.010	0.010	0.019	0.019	0.019
5	0.052	0.052	0.052	0.026	0.026	0.026
6	0.166	0.166	0.166	0.053	0.053	0.053
7	0.044	0.044	0.044	0.029	0.029	0.029
8	0.198	0.198	0.198	0.104	0.104	0.104
9	0.112	0.112	0.112	0.032	0.032	0.032
10	0.070	0.070	0.070	0.050	0.050	0.050
Rata-rata	0.0835	0.0835	0.0835	0.0403	0.0403	0.0403

Dari ketiga tabel terlihat bahwa hasil RMS galat pada $T=0,001$,baik untuk posisi maupun untuk sudut, mempunyai nilai yang paling kecil, sehingga untuk memperkecil nilai RMS galat dapat dilakukan dengan

memperkecil waktu cuplik. Nilai RMS galat posisi sumbu x, y, dan z pada waktu cuplik 0,001 bernilai sama, sedang pada waktu cuplik 0,1 dan 0,01 berbeda. Nilai RMS galat sudut pada semua sumbu, mempunyai nilai yang sama untuk masing-masing waktu cuplik. Jadi untuk masukan sensor gyroscope RMS galat yang sama akan menghasilkan nilai RMS galat yang sama, sedang pada posisi, nilai pada sumbu z berbeda, hal ini disebabkan karena isyarat masukannya berbeda.

5. KESIMPULAN

Dari hasil pengujian pada sensor accelerometer dan sensor gyroscope dengan berbagai perubahan waktu cuplik, disimpulkan bahwa mengecilnya waktu cuplik diikuti dengan mengecilnya nilai RMS galat, sehingga perlu diusahakan agar waktu cuplik sekecil mungkin. Pada hasil estimasi sudut pada semua sumbu, nilai RMS galat untuk masing-masing waktu cuplik mempunyai nilai yang sama. Pada waktu cuplik yang kecil 0,001, nilai RMS galat estimasi posisi untuk ketiga sumbu cenderung sama, meskipun berbeda masukan isyarat accelerometer.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Brown, Robert Grover, *"Introduction to Random Signals and Applied Kalman filtering"*, John Willey & Son, third edition, Canada, 1997.
- [2] Kalman, RE, *"A new approach to linear filtering and prediction problem"*, Transactions of the ASME -Journal of basic engineering, series D,82, 34-45,1960.
- [3] Kapaldo, Aaron J, *"Gyroscope Calibration and Dead Reckoning for an Autonomous Underwater Vehicle"*, Masters Thesis Virginia Polytechnic, 2005.
- [4] Ronnback, Sven, *"Development of a INS/GPS navigation loop for an UAV"*, Masters Thesis Lulea University of Technology, 2000.
- [5] Siouris, George M, *"Missile Guidance and Control System"*, Springer-Verlag New York, 2004.
- [6] Wahyudi, Adhi Susanto, Sasongko Pramono Hadi, Wahyu Widada, 2009, *"Simulasi Filter Kalman untuk Estimasi Sudut dengan Menggunakan Sensor Gyroscope"*, Jurnal Teknik, UNDIP Semarang.
- [7] Wahyudi, Adhi Susanto, Sasongko Pramono Hadi, Wahyu Widada, 2009, *"Simulasi Filter Kalman untuk Estimasi Posisi dengan Menggunakan Sensor Accelerometer"*, Jurnal Techno Science, UDINUS Semarang
- [8] Welch, Greg and Gary Bishop, *"An Introduction to The Kalman Filter"*, www.cs.unc.edu/~welch, 2006.